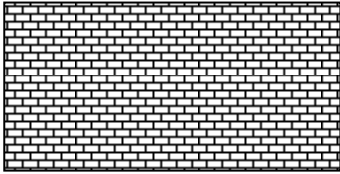
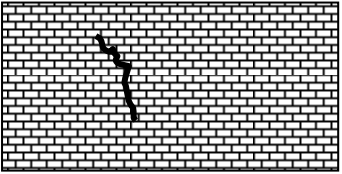
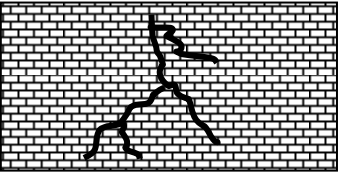


## PROBABILIDAD CONDICIONAL (2º PARTE)

Saber que un suceso ya aconteció algunas veces puede cambiar las probabilidades de otro, que se habían calculado cuando aún no lo sabíamos.

Siempre que tengo más información las probabilidades cambian, pero en este caso la información es sobre un hecho ya ocurrido que afecta directamente al ensayo  $P(A)$  que anteriormente había realizado.

Ilustración: no es lo mismo:

|                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                              |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  <p>Estimar la probabilidad de que se caiga una pared cualquiera que no conozco que...</p> |  <p>la probabilidad de que se caiga una pared sabiendo que tiene una rajadura que...</p> |  <p>la probabilidad de que se caiga una pared sabiendo que tiene múltiples rajaduras!</p> |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Ejemplo:

a) La probabilidad de sacar una espada de una baraja completa cualquiera =  $12/50 = 24\%$

b) La prob. de sacar una espada de una baraja de la que se que ya salieron 4 bastos y 6oros =  $12/40 = 30\%$

Vease que aquí lo que varió es el espacio muestral, es decir, mi conocimiento acerca de lo sucedido con la baraja hizo que se achique el espacio muestral y por ende, aumente la probabilidad.

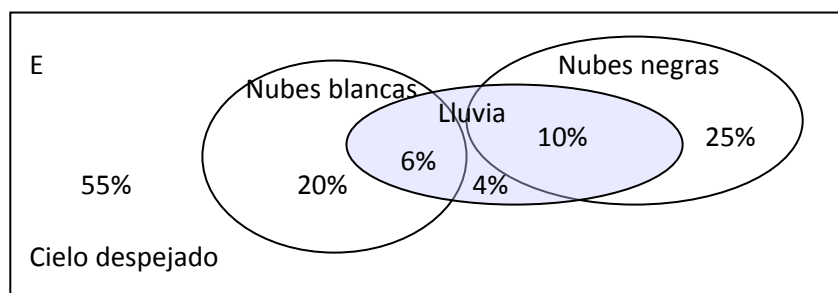
En la fórmula de probabilidades se desprende del Teorema de Bayes:  $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

Lease el  $P(A/B)$ : "la prob. de que suceda A tal que ha sucedido B"

A es lo que quiero calcular ahora, sabiendo que ocurrió/ocurrirá con certeza B.

B es el suceso cuya información ahora yo poseo.

Ejemplo: la probabilidad de que llueva es 20% según el estado del cielo se distribuye:



Calcular:

- La probabilidad de que llueva sabiendo que hay nubes blancas =  $6\% / 20\% = 30\%$
- La probabilidad de que llueva sabiendo que hay nubes negras =  $10\% / 25\% = 40\%$
- La probabilidad de que llueva sabiendo que el cielo esta despejado =  $4\% / 55\% = 7,27\%$

En todos los casos lo que se hace es:  $P(LL / X) = \frac{P(LL \cap X)}{P(X)}$

Donde X es el estado actual del cielo:

- X = Nubes Blancas
- X = Nubes Negras
- X = Cielo Despejado

## SUCESOS EN EL TIEMPO

En general nos referiremos a estos como eventos que se suceden en el tiempo, es decir, primero uno y luego el otro.

Si A y B son correlativos en el tiempo la probabilidad de que ambos ocurran es:  $P(A; B) = P(A) \cdot P(B / A)$

En el caso de que A y B sean independientes ( $A \cap B = 0$ ) dicha probabilidad es:  $P(A; B) = P(A) \cdot P(B)$

Ejemplo: se tiran 5 dados, calcular la probabilidad de obtener generala (los 5 dados iguales).

En este caso si quisiéramos graficar E y luego contar los elementos que cumplen con la condición “que los 5 sean iguales” tendríamos problemas, ya que el espacio muestral con 5 dados tiene  $6^5 = 7776$  elementos!

Es más fácil utilizar la probabilidad de eventos independientes (tirando de a 1 dado a la vez):

$$P(1,1,1,1,1) = 1/6 \times 1/6 \times 1/6 \times 1/6 \times 1/6 = 1/6^5$$

$$P(2,2,2,2,2) = 1/6 \times 1/6 \times 1/6 \times 1/6 \times 1/6 = 1/6^5$$

$$P(3,3,3,3,3) = 1/6 \times 1/6 \times 1/6 \times 1/6 \times 1/6 = 1/6^5$$

$$P(4,4,4,4,4) = 1/6 \times 1/6 \times 1/6 \times 1/6 \times 1/6 = 1/6^5$$

$$P(5,5,5,5,5) = 1/6 \times 1/6 \times 1/6 \times 1/6 \times 1/6 = 1/6^5$$

$$P(6,6,6,6,6) = 1/6 \times 1/6 \times 1/6 \times 1/6 \times 1/6 = 1/6^5$$

Sumando todas tengo:  $6 \times 1/6^5 = 1/6^4 = > \text{La probabilidad buscada es } 1/6^4!$

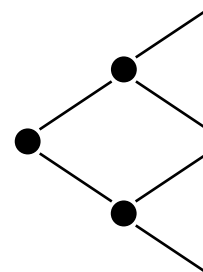
## TEOREMA DE BAYES – ARBOL DE SUCESOS

Para la generalidad de los casos podemos utilizar el método gráfico que se deduce del Teorema de Bayes. El mismo consiste en un árbol en donde se grafican todos los sucesos, temporales o no, y se ubican las probabilidades asociadas a c/u.

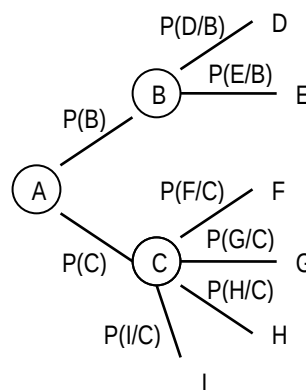
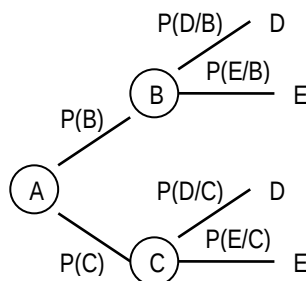
La probabilidad de una rama entonces se calcula en forma bastante directa.

Reglas generales:

1. En cada nodo la suma de las prob. de todas las ramas debe ser 1.
2. Para subir un nivel (de der. a izq.) se **multiplican** las prob.
3. Cuando se encuentran 2 niveles (nodo) se **suman** las 2 ramas.



Ejemplo:



Nodo B:  
 $P(D/B) + P(E/B) = 1$

Nodo A:  
 $P(B) + P(C) = 1$

Nodo C:  
 $P(F/C) + P(G/C) + P(H/C) = 1$

Regla 1)  $P(B) + P(C) = 1$  (Nodo A)

$P(D/B) + P(E/B) = 1$  (Nodo B)

Regla 2y3)  $P(D) = P(D/B) \times P(B) + P(D/C) \times P(C)$

$P(E) = P(E/B) \times P(B) + P(E/C) \times P(C)$

ej.:  $P(G) = P(G/C) \times P(C)$  probabilidad de G

$P(I) = P(I/C) \times P(C)$  probabilidad de I